Academic Journal of Science and Progress (AJSP)

ISSN: 3162 - 1732 | www.ajsp.uz

УДК 626.22

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ РЕЧНОГО ПОТОКА В ЗОНЕ БЕСПЛОТИННЫХ ВОДОЗАБОРОВ

Далабаев У.[1], Икрамова М.Р.[2], Умарова Ш.[1]

1Университет Мировой Экономики и Дипломатии? Ташкент, Узбекстан

2 Научно исследовательский институт ирригации и водных проблем, Ташкент, Узбекистан

e-mail: malika.ikramova56@gmail.com

Аннотация. *В статье рассматривается задача моделирования движения речного потока в зоне бесплотинного водозабора. На основе гидродинамических уравнений Навье - Стокса для вязкой несжимаемой жидкости в двухмерной постановке, в переменных «функция тока — вихрь», разработана численная модель плана течений. Для дискретизации уравнений и аппроксимации нелинейных конвективных слагаемых применены монотонная разностная схема Самарского и метод переменных направлений на неравномерной сетке с использованием релаксации граничных условий для вихря. В результате численных расчетов получены распределения продольных скоростей и значения функции тока при различных параметрах потока. Сопоставление полученных расчетных данных с результатами экспериментов на гидравлической модели показало хорошую сходимость (расхождение не превышает 15%). Предложенная модель позволяет определять ширину зоны захвата потока, распределение расхода воды и геометрические параметры водозаборного устройства*

Ключевые слова: *речной поток, бесплотинный водозабор, уравнения Навье — Стокса, функция тока, вихрь, метод переменных направлений, схема Самарского, план течений, эпюра скоростей*

---

1. ВВЕДЕНИЕ

Деформированные регуляционными сооружениями и изменением расхода воды вдоль пути, речные потоки приобретают более сложную структуру, обусловленную изменениями динамических и кинематических характеристик потока. Движение взвесенесущего потока математически можно описать в основном двумя методами классической механики сплошной среды: в *первом случае* - по заданным внешним силам, действующим на частицы для каждого момента времени. Находятся пространственное положение и скорости движения каждой из частиц в отдельности, после чего по уравнениям механики сплошной среды определяются поле скоростей и давления в жидкости; во *втором случае* - движение потока описывается в рамках механики сплошных сред, представляя твердую и жидкую фазы в отдельности в виде континуумов, который и был использован при решении поставленной задачи. Взвесенесущий поток в отличие от турбулентного потока однородной жидкости характеризуется присущими каждой из фаз осредненными и пульсационными скоростями, силами межфазового взаимодействия, внешними для каждой фазы и внутренними для всего потока, а также дополнительными эффективными напряжениями, обусловленными контактным взаимодействием твердых частиц при взаимных столкновениях [1, 2, 4].

Теоретические исследования взаимовлияющих процессов движения диффузии в жидкой среде базируется на общепринятых моделях механики сплошных сред и, в частности, на уравнениях Навье-Стокса, хорошо проверенных в многочисленных экспериментах. Классические уравнения движения обычно применяются к турбулентным течениям без какого-либо предварительного обсуждения. В работах [9, 7, 18] уравнения Навье-Стокса введены аксиоматически и оправданы это тем, что результаты теории и экспериментальные данные хорошо согласуются между собой. Лесли [19] представлял некоторые дополнительные доводы в пользу использования уравнений Навье-Стокса, а другие авторы не обсуждали применимости этих уравнений перед использованием их в исследованиях проблемы турбулентности. В работе [20] доказано, что результаты решения полных уравнений Навье-Стокса весьма удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для турбулентности [17, 10].

2. МЕТОДОЛОГИЯ

Данная работа посвящена решению ряда вопросов, касающихся плана течения потока, деформации русла, изменения отметок водной поверхности и дна, величины подпора перед регуляционным сооружением и влияния сооружения на величину забираемого расхода. Для однородной несжимаемой вязкой жидкости система уравнений Навье - Стокса имеет вид:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V\nabla)V = -\frac{1}{\rho} grad\, dP + \nu\Delta V + Fn$$

$$\text{div}V=0 \qquad (1)$$

где V - вектор скорости; F - силовая функция; P - давление; n - единичный вектор; t - время; ν=μ/ρ - коэффициент кинематической вязкости. Для плоской задачи $U_z = 0$.

Уравнения (1) могут быть записаны в удобной для численной реализации форме [12, 3]. Продифференцировав уравнение относительно оси ***ox*** по ***y***, а уравнение относительно ***oy*** - по ***x***, исключив из них давление и введя в рассмотрение вихрь в виде

$$\omega = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \qquad (2)$$

и функцию тока ψ, для которой

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad \text{и} \qquad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad (3)$$

после несложных преобразований имеем:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_x \frac{\partial \omega}{\partial x} - u_y \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu\nabla^2\omega \qquad (4)$$

в силу уравнения неразрывности

$$\nabla^2 \psi = -\omega . \qquad (5)$$

Уравнения (4) и (5) образуют замкнутую систему для определения функций ω и ψ [11, 5].

Для того, чтобы записать производные в конечно-разностной форме область течения покрывается сеткой с шагами Δ***x*** и Δ***y*** по координатным направлениям (Рис.1).

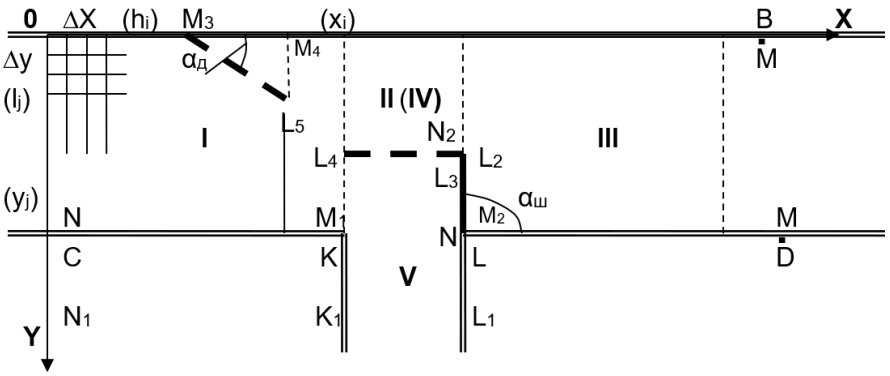


Рис.1 Схема для численного расчета плоского течения

Уравнения Навье-Стокса имеют специфические особенности, которые обнаруживаются при численном решении:

- система уравнений Навье-Стокса нелинейна, и для несжимаемой жидкости условия создаются инерционными составляющими;
- так как имеется влияние вязкости по всему полю течения, рекомендуется использование методов решения уравнений эллиптического характера;
- имеется параметр при производной $\varepsilon = \frac{1}{Re}$, который при увеличении числа Re способствует образованию пограничного слоя. Изменение показателя **ε** оказывает влияние на точность решения.

Увеличение числа Рейнольдса приводит к нарушению стационарности решения, что перестает быть единственным. Решение задач в таких условиях значительно усложняется. В настоящее время существует несколько разновидностей схем, использование которых в значительной степени зависит от порядка чисел Рейнольдса. Получение удовлетворительных решений при Re ≥ 1000 практически невозможно без усовершенствования разностных схем, после чего используется неявные схемы, аппроксимирующие нестационарные уравнения. Для повышения точности принимаются неравномерные сетки, специальные способы аппроксимации граничных условий и т.д.

В соответствии с конкретной физической ситуацией, которая рассматривается в данном случае, принято следующие граничные условия:

граничные условия на непроницаемой твердой поверхности, т.е. берегах, обусловлены условиями «прилипания» и имеют вид: u=0; V=0; при этом, $\psi i_0=0$; $\psi j_N=1.0$, где i=0,1,...,M; j = 0,1,..., N - номера точек сетки.

на входе и выходе заданы условия для продольных скоростей и функции тока параболическим законом:

$$u=6y(1-y); \quad V=0; \quad \psi=y^2(3-2y)$$

На входе в отвод приняты следующие условия:

$$u=0; \quad V=\frac{Q_в}{l_{kL}}; \quad \psi=1-Q_в\frac{x_i-x_{м1}}{x_{м2}-x_{м1}}$$

где м1 и м2 -номера точек в начале и конце створа отвода.

Особенностью системы уравнений в виде функции тока и вихрь, является то, что граничные условия для вихря не заданы. Их необходимо получить из уравнения функции тока, считая

справедливым вплоть до границы. Однако, приближенные граничные условия приводят к существенному снижению устойчивости схемы. В связи с этим произведена релаксация, согласно которой значение вихря на границе представляется в виде:

$$\omega_{\text{г}}^{n+1} = \alpha f(\psi^{n+1}) + (1-\alpha)\omega_{\text{г}}^{n}$$

где α - параметр релаксации, изменяющийся в пределах $0 \le \alpha \le 1$; f (ψ^{n+1}) - зависимость между вихрем на границе и функцией тока вида $\omega^{n+1} = \frac{2\psi_i^n}{h^2}$, которое получено аппроксимацией уравнения $\omega_0 = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$ при y=const.

Сформулированы граничные условия конкретно для характерного отрезка рассматриваемого участка. Существуют в данном случае два вида условий: стационарные - для скоростей и функции тока, а также нестационарные - для вихря. Ниже приведены граничные условия для расчета поля скоростей и построения плана течения у водозаборного сооружения:

Река	
AB	$0 \le x \le m-1;\ y=0;\ u_{i,0}=0;\ \vartheta_{i,0}=0;\ \psi_{i,0}=0;\ \omega_{i,o}=\alpha\frac{2\psi_{i,1}^1}{h^2 y}+\left(1-\alpha\omega_{i,j}^0\right)$
AC	$0 \le y \le n;\ x=0;\ u_{0,j}=6y(1-y);\ \vartheta_{0,j}=0;\ \psi_{0,j}=y^2(3-2y);$ $\omega_{i,j}=6-12y$
CK	$0 \le x < m_1;\ y=n;\ u_{i,n}=0;\ \vartheta_{i,n}=0;\ \psi_{i,n}=1;$ $\omega_{i,n}=\frac{2\alpha\left(\psi_{i,n-1}^1-1\right)}{h_y^2}+(1-\alpha)\omega_{i,n}^0$
LD	$m_2 \le x \le m-1;\ y=n;\ u_{i,n}=0;\ \vartheta_{i,n}=0;\ \psi_{i,n}=1-q$ $\omega_{i,n}=\frac{2\alpha\left(\psi_{i,n-1}^1-1+q\right)}{h_y^2}+(1-\alpha)\omega_{i,n}^0$
BD	$0 \le y \le n; x=m;\ u_{m,j}=u_{m,j-1};\ \vartheta_{m,j}=0;\ \psi_{m,j}=y^2(3-2y)(1-q)$ $\omega_{m,j}=(1-q)\omega_{0,j}$
Канал	
***KK*$_1$**	$n \le y \le n_1-1; x=m;\ u_{m,j}=0; \vartheta_{m,j}=0;\ \psi_{m,j}=0;$ $\omega(m_1,\text{j})=\frac{2\alpha\psi_{m_1+1,j}^1}{h_x^2}+(1-\alpha)\omega_{m_1,j}^0$
***LL*$_1$**	$n \le y \le n_1-1;\quad x=m_2;\quad u_{m_2,j}=0;\quad \vartheta_{m_2,j}=0;\quad \psi_{m_2,j}=q;$ $\omega_{m_2,j}=\frac{2\alpha\left(\psi_{m_2-1,j}^1-q\right)}{h_x^2}+(1-\alpha)\omega_{m_2,j}^0$
***K*$_1$ *L*$_1$**	$m < x < m_2;\quad y=n_1;\quad u_{i,n_1}=0;\quad \vartheta_{i,n_1}=\vartheta_{i-1,n_1};$ $\psi_{i,n_1}=x_{j^1}^2\left(5-2x_j^1\right)q;\quad \omega_{i,n_1}=q\omega_{i_1 n_1}^0(1-\alpha)$

Водозаборное сооружение	
$\underline{M_2L_3}$	$n-1 \le y \le n_2;\ x = m_2;\ u_{m_2,j} = 0;\ \vartheta_{m_2,j} = 0;\ \psi_{m_2,j} = \psi_{m_{2-1},j};$ $\omega_{m_2,j} = \frac{2\psi^1_{m_2-1,j}}{h_x^2}$
$\underline{L_3L_4}$	$m_3 \le x \le m_2; y = n - l_{\text{ш}} = n_2; u_{i,n_2} = 0; \vartheta_{i,n_2} = 0; \psi_{i,n_2} = 0; \omega_{i,n_2} = \frac{2\psi_{i,n_{2-1}}}{l^2}$
$\underline{L_4L_2}$	$m_3 \le x < m_2; \quad y = n - l_{\text{ш}} = n_2; \quad u_{i,n_2} = 0; \quad \vartheta_{i,n_2} = 0; \quad \psi_{i,n_2} = 1 - q;$ $\omega_{i,n_2} = \frac{2\left(\psi^1_{i,n_{2-1}} - (1-q)\right)}{l^2}$
$\underline{L_2L}$	$n_2 < y < n; \quad x = m_2; \quad u_{m_{2,j}} = 0; \quad \vartheta_{m_{2,j}} = 0; \quad \psi_{m_{2,j}} = 1 - q;$ $\omega_{m_{2,j}} = \frac{2\left(\psi^1_{m_{2-1}} - (1-q)\right)}{h^2}$
точка $\underline{L_4}$	$y = n_2;\ x = m_3;\ u_{m_3,n_2} = 0;\ \vartheta_{m_3,n_2} = 0;\ \frac{\partial\psi_{m_3,n_2}}{\partial x_i} = 0;\ \frac{\partial\psi_{m_3,n_2}}{\partial y_j} = 0$
точка $\underline{L_2}$	$y = n_2;\ x = m_2;\ u_{m_2,n_2} = 0;\ \vartheta_{m_2,n_2} = 0;\ \frac{\partial\psi_{m_2,n_2}}{\partial x_i} = 0;\ \frac{\partial\psi_{m_2,n_2}}{\partial y_j} = 0$ $\omega_{m_2,n_2} = \frac{2\left(\psi^1_{m_2,n_{2-1}} - (1-q)\right)}{(l - l_{\text{ш}})^2}$

При построении разностной схемы для уравнения (4) появляется проблема аппроксимации нелинейного конвективного члена $u\frac{\partial\omega}{\partial x}$. Использование разностных выражений типа односторонних или центральных разностных, всегда дают удовлетворительные результаты. При этом целесообразно использовать монотонную аппроксимацию Самарского, имеющую второй порядок точности, применение которой к двумерному уравнению вихря приводит к системе алгебраических уравнений, которые можно решить итерационным путем [14, 16].

Для решения использован метод переменных направлений, позволяющий свести решение двумерных уравнений к последовательности одномерных уравнений с трехдиагональными матрицами. Общая структура операторного уравнения имеет вид:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} = (L_1 + L_2)\omega + F \qquad (6)$$

где, L_1, L_2 - одномерные операторы, действующие по разным направлениям.

Решение уравнения методом переменных направлений осуществляется в два этапа: на первом этапе прогонками в одном из направлений находится решение на полуцелом временном слое, затем осуществляются прогонки по второму направлению для получения решения ω^{n+1} на целом слое. В случае установившегося режима решение не зависит от временного шага τ, поэтому эта схема может использоваться и для решения стационарных задач на установление. При этом τ

является итерационным параметром. Схема для решения двумерного нестационарного уравнения имеет вид:

$$2\cdot\frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i,j}^{n}}{\tau}+0.5(u-|u|)\left(\frac{\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_i}+\frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_{i-1}}\right)+0.5\vartheta\left(\frac{\omega_{i,j+1}^{n}-\omega_{i,j}^{n}}{l_j}+\frac{\omega_{i,j}^{n}-\omega_{i,j-1}^{n}}{l_{j-1}}\right)$$
$$=\frac{1}{Re}\left[\eta_u\left(\frac{\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_i}-\frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_{i-1}}\right)\cdot\frac{2}{h_i+h_{i-1}}+\left(\frac{\omega_{i,j+1}^{n}-\omega_{i,j}^{n}}{l_j}-\frac{\omega_{i,j}^{n}-\omega_{i,j-1}^{n}}{l_{j-1}}\right)\cdot\frac{2}{l_j+l_{j-1}}\right]$$

$$2\cdot\frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i,j}^{n}}{\tau}+0.5(\vartheta-|\vartheta|)\left(\frac{\omega_{i,j+1}^{n}-\omega_{i,j}^{n}}{l_j}+\frac{\omega_{i,j}^{n}-\omega_{i,j-1}^{n}}{l_{j-1}}\right)+0.5u\left(\frac{\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_i}+\frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_{i-1}}\right)$$
$$=\frac{1}{Re}\left[\eta_\vartheta\left(\frac{\omega_{i,j+1}^{n}-\omega_{i,j}^{n}}{l_j}-\frac{\omega_{i,j}^{n}-\omega_{i,j-1}^{n}}{l_{j-1}}\right)\cdot\frac{2}{l_j+l_{j-1}}+\left(\frac{\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_i}-\frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_{i-1}}\right)\cdot\frac{2}{h_i+h_{i-1}}\right]$$

Здесь

$\eta_u=\frac{1}{1+\frac{Re}{2}\cdot|u|\cdot h_i}$ и $\eta_\vartheta=\frac{1}{1+\frac{Re}{2}\cdot|\vartheta|\cdot l_j}$ - операторы Самарского.

Уравнения приводятся к каноническому трехдиагональному типу:

$$-\alpha_i\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}+\beta_i\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\gamma_i\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}=f_i$$

$$-\alpha_j\omega_{i,j-1}^{n+1}+\beta_j\omega_{i,j}^{n+1}-\gamma_j\omega_{i,j+1}^{n+1}=f_j \qquad (7)$$

где α, β, γ - коэффициенты, которые выражены следующим образом:

$$\alpha_i=-\frac{u-|u|}{2h_{i-1}}-\frac{2\eta_u}{Re\cdot h_{i-1}(h_i+h_{i-1})};\ \gamma_i=\frac{u-|u|}{2h_i}-\frac{2\eta_u}{Re\cdot h_i(h_i+h_{i-1})}$$

$$\beta_i=-\frac{2}{\tau}-\alpha_i-\gamma_i$$

$$f_i=-\frac{2\omega_{i,j}^{n}}{\tau}-\frac{\vartheta}{2}\left(\frac{\omega_{i,j+1}^{n}-\omega_{i,j}^{n}}{l_j}-\frac{\omega_{i,j}^{n}-\omega_{i,j-1}^{n}}{l_{j-1}}\right)+\frac{1}{Re}\left(\frac{\omega_{i,j+1}^{n}-\omega_{i,j}^{n}}{l_j}-\frac{\omega_{i,j}^{n}-\omega_{i,j-1}^{n}}{l_{j-1}}\right)\cdot\frac{2}{l_j+l_{j-1}}$$

$$\alpha_j=-\frac{\vartheta-|\vartheta|}{2l_{j-1}}-\frac{2\eta_\vartheta}{Re\cdot l_{j-1}(l_j+l_{j-1})}$$

$$\gamma_j=-\frac{\vartheta-|\vartheta|}{2l_j}-\frac{2\eta_\vartheta}{Re\cdot l_j(l_j+l_{j-1})};\ \ \beta_j=-\frac{2}{\tau}-\alpha_j-\gamma_j$$

$$f_i = -\frac{2\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} - \frac{u}{2}\left(\frac{\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_i} + \frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_{i-1}}\right) + \frac{1}{Re}\left(\frac{\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_i} - \frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_{i-1}}\right) \cdot \frac{2}{h_i + h_{i-1}}$$

Система уравнений (7) совместно с граничными условиями является системой алгебраических уравнений относительно искомых значений ω на (n+1)-м слое. При этом предполагается, что значения коэффициентов известны во всех точках. Так как, эти коэффициенты выражаются через искомые функции, то они должны также вычисляется в процессе расчета. Для нахождения на (n+1)-м слое, сначала вычисляются прогоночные коэффициенты прямой прогонкой в рекуррентном соотношении:

$$\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = A_i\omega_{i+1}^{n+\frac{1}{2}} + B_i, \tag{8}$$

по формулам:

$$A_i = -\frac{\gamma_i}{\alpha_i A_{i-1} + \beta_i} \tag{9}$$

$$B_i = \frac{f_i - \alpha_i B_{i-1}}{\alpha_i A_{i-1} + \beta_i} \tag{10}$$

Где i=1,2,...,M-1.

Значения A_o и B_o находят из граничного условия:

$$A_o = 0 \qquad \text{и} \qquad B_0 = \frac{2(\varphi_1 - \varphi_0)}{h_0^2};$$

Зная прогоночные коэффициенты A_i и B_i, и используя граничное условие, можно найти $\omega_m^{n+0,5}$ для m = M-1, M-2, ..., 2, 1 по рекуррентному соотношению.

$$\omega_{i,j}^{n+1} = A_j\omega_{j+1}^{n+1} + Bj, \tag{11}$$

где

$$A_j = -\frac{\gamma_j}{\alpha_j A_{j-1} - \beta_j} \tag{12}$$

$$B_j = -\frac{f_j - \alpha_j B_{j-1}}{\alpha_j A_{j-1} + \beta_j} \tag{13}$$

В этом случае значения A_o и B_o равны: $A_0 = 0;\ B_0 = \frac{2\varphi_1}{l^2}$

Процесс продолжается пока не выполнится следующий критерий точности решения:

$$\max\left|\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^{n}\right| < \varepsilon, \tag{14}$$

где ε=0,01.

Уравнение (2.5) заменим нестационарным уравнением

$$\frac{\partial\psi}{\partial\sigma} = \Delta\psi - \omega, \tag{15}$$

где σ - итерационный параметр.

Схема переменных направлений для этого уравнения имеет вид:

$$\frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \psi_{i,j}^{n}}{\sigma} = \left(\frac{\psi_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_i} - \frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \psi_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_{i-1}}\right) \cdot \frac{2}{h_i + h_{i-1}} + \left(\frac{\psi_{i,j+1}^{n} - \psi_{i,j}^{n}}{l_j} - \frac{\psi_{i,j}^{n} - \psi_{i,j-1}^{n}}{l_{j-1}}\right) \cdot \frac{2}{l_j + l_{j-1}} - \omega_{i,j} \tag{16}$$

$$\frac{\psi_{i,j}^{n+1}-\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\sigma}=\left(\frac{\psi_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_i}-\frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\psi_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_{i-1}}\right)\cdot\frac{2}{h_i+h_{i-1}}+\left(\frac{\psi_{i,j+1}^{n+1}-\psi_{i,j}^{n+1}}{l_j}-\frac{\psi_{i,j}^{n+1}-\psi_{i,j-1}^{n+1}}{l_{j-1}}\right)\cdot\frac{2}{l_j+l_{j-1}}-\omega_{i,j} \quad (17)$$

Разностные уравнения (16), (17) сводятся к стандартному трехдиагональному виду:

$$-\alpha_i\psi_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}+\beta_i\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\gamma_i\psi_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}=f_i$$

$$-\alpha_i\psi_{i,j-1}^{n+1}+\beta_i\psi_{i,j}^{n+1}-\gamma_i\psi_{i,j+1}^{n+1}=f_j \quad (18)$$

α, β, γ - коэффициенты, которые определяются по следующим зависимостям:

$$\alpha_i=-\frac{1}{h_{i-1}}\cdot\frac{2}{h_i+h_{i-1}};\quad \gamma_i=\frac{1}{h_i}\cdot\frac{2}{h_i+h_{i-1}};\quad \beta_i=-\frac{1}{\sigma}-\alpha_i-\gamma_i$$

$$f_i=-\frac{\omega_{i,j}^n}{\sigma}+\left(\frac{\psi_{i,j+1}^n-\psi_{i,j}^n}{l_j}-\frac{\psi_{i,j}^n-\psi_{i,j-1}^n}{l_{j-1}}\right)\cdot\frac{2}{l_j+l_{j-1}}-\omega_{i,j}$$

$$\alpha_j=-\frac{1}{l_{j-1}}\cdot\frac{2}{l_j+l_{j-1}};\quad \gamma_j=-\frac{1}{l_j}\cdot\frac{2}{l_j+l_{j-1}};\quad \beta_j=-\frac{1}{\sigma}-\alpha_j-\gamma_j$$

$$f_j=\frac{\omega_{i,j}^n}{\sigma}+\left(\frac{\psi_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_i}-\frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\psi_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_{i-1}}\right)\cdot\frac{2}{h_i+h_{i-1}}-\omega_{i,j}$$

Для решения этих уравнения использован метод прогонки переменных направлений. По формуле

$$\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}=A_i\psi_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}+B_i \quad (19)$$

с учетом зависимостей (11), (12) и граничных условий при A_o=0 и B_o=y определяются значения функции тока для полуслоя.

Затем, по формуле

$$\psi_{i,j}^{n+1}=A_j\psi_{i,j+1}^{n+1}+B_j \quad (20)$$

выполняется расчет с учетом начальных прогоночных коэффициентов, равных A_o=0, B_o=0 и формул (15), (16) для полного слоя.

Расчет продолжается до выполнения условия

$$max\left|\psi_{i,j}^{n+1}-\psi_{i,j}^n\right|<\varepsilon \quad (21)$$

Зная значения функции тока в каждом узле с учетом зависимости (2.2) можно вычислить значения составляющих скоростей «u» и «ϑ» по формулам:

$$u_{i.j}=\frac{\psi_{i,j+1}-\psi_{i,j-1}}{2l_j} \quad (22)$$

$$\vartheta_{i.j}=-\frac{\psi_{i+1,j}-\psi_{i-1,j}}{2h_i} \quad (23)$$

Средние скорости потока определяются по формуле

$$U_{i.j}=\sqrt{u_{i,j}^2+\vartheta_{i,j}^2} \quad (24)$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Полученные зависимости позволяют выполнить расчеты поля скоростей и построить план течения на рассматриваемом участке [13, 5]. В таблице 1 приведены значения продольных скоростей и функции тока. Для расчета были приняты следующие исходные данные: Re=11000; L=10.0; $B_р$=1.0; $B_к$=0.50; Q=1.0; q=0.3.

Полученные результаты достаточно близко согласуются с данными экспериментальных исследований, проведенных на гидравлической модели. Сопоставление эпюр продольных скоростей, построенных по расчетным и опытным значениям, показывают их удовлетворительное совпадение (Рис. 2). Расчетные значения продольных скоростей вдоль стен меньше экспериментальных значений. Эта разница увеличивается с увеличением кинетичности потока. При больших числах Фруда Fr = 0,2-0,25 она достигает до 14%. В средней части потока, с приближением к динамической оси начинает превышать расчетные значения продольных скоростей. Таким образом, расчетные эпюры скоростей в плане имеют более выпуклую в середине форму относительно экспериментальных. Такое расхождение обуславливается тем, что в расчетах вдоль границы приняты условия прилипания, т.е. $u=0$ и $V=0$. Однако, во всех численных экспериментах расхождения били в пределах допустимости, т.е. не более 15%.

По расчетным значениям функций тока построены планы течений, по которым можно судить о направлениях векторов скоростей и распределении удельного расхода в зоне водозабора [15, 6]. Сопоставление расчетных и опытных планов течений также дают близкую сходимость. Значит, по значениям функций тока, составленным в табличной форме, или планам течений можно определить ширину захвата отводимого потока, величину забираемого в отвод расхода, также установить размеры водозахватного устройства.

Таблица 1 Расчетные значения продольных скоростей и функции тока

Расстояние по ширине водотока	Расстояние от начала координат по длине водотока, x									
	0		4.5		5.0		5.5		5.8	
y	u	ψ	u	ψ	u	ψ	u	ψ	u	ψ
0.05	0.380	0.019	0.286	0.015	0.251	0.012	0.517	0.009	0.584	0.007
0.10	0.540	0.028	0.491	0.026	0.476	0.024	0.701	0.018	0.776	0.012
0.20	0.960	0.104	0.522	0.092	0.501	0.081	0.911	0.077	0.983	0.071
0.30	1.260	0.216	0.930	0.184	0.642	0.127	0.980	0.163	1.185	0.160
0.40	1.440	0.352	1.230	0.306	0.710	0.271	1.015	0.255	1.216	0.233
0.50	1.500	0.500	1.350	0.422	0.856	0.385	1.106	0.337	1.211	0.303
0.60	1.490	0.648	1.420	0.607	0.981	0.547	1.054	0.450	1.180	0.400
0.70	1.260	0.784	1.400	0.764	1.103	0.720	0.883	0.578	1.013	0.504
0.80	0.960	0.896	1.380	0.803	1.326	0.800	0.702	0.672	0.782	0.612
0.90	0.540	0.972	1.076	0.875	1.504	0.882	0.142	0.698	0.411	0.696
0.95	0.980	0.989	0.718	0.961	1.510	0.989	0.436	0.086	0.103	0.021

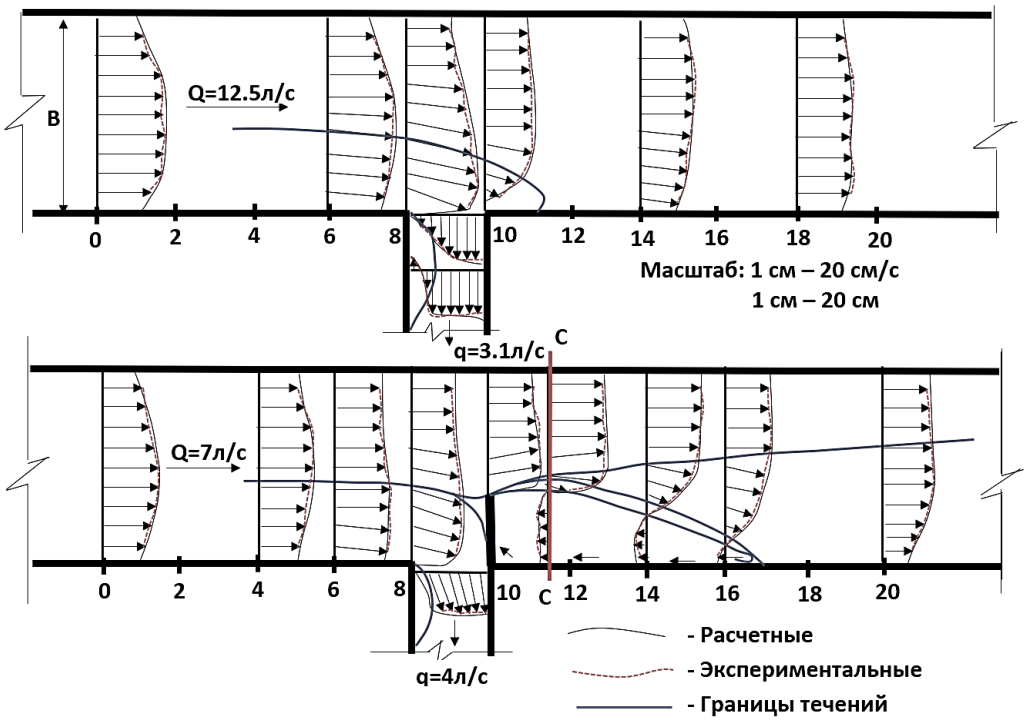


Рис. 2 Сравнение расчетных и экспериментальных эпюр скоростей и план течения потока в зоне водозабора.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

В ходе проведенного исследования разработана эффективная математическая модель и численная методика расчета двумерного плана течения речного потока в зоне бесплотинного водозабора. Применение системы уравнений Навье - Стокса в переменных «функция тока — вихрь» совместно с монотонной разностной схемой Самарского и методом переменных направлений позволило успешно составить алгоритм численного расчета распределения скоростей и функций тока. Сравнение расчетных эпюр продольных скоростей и планов течения с экспериментальными данными, полученными на гидравлической модели, подтвердило достоверность разработанного подхода. Отклонение расчетных показателей от опытных не превышает допустимых 15%. Наибольшие расхождения наблюдаются в пристенных областях из-за условия прилипания и при высоких числах Фруда. Полученные расчетные зависимости и таблицы функций тока дают возможность обоснованно определять ширину захвата отводимого потока, величину забираемого расхода воды, а также оптимальные габаритные размеры и конфигурацию водозаборного сооружения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абальянц С.Х. Вопросы движения взвеси в открытом потоке. Труды САНИИРИ, 1958, вып. 91, Ташкент, с. 77-105.*

2. *Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. М.: Физматгиз, 1960, 716с.*

3. *Алтунин С.Т. Регулирование русел. М.: Сельхозгиз, 1962, 336 с.*

4. *Арсеньев Г. С. Основы управления гидрологическими процессами: водные ресурсы. Рос. гос. гидрометеорол. университет. Санкт-Петербург: РГГМУ, 2005, 230 с.*

5. *Артамонов К.Ф. Регулировочные сооружения при водозаборе. Г.Фрунзе, 1963. 341с.*

6. *Базилевич В.А., Ткаченко В.А. Уточнение методики расчета плана течений для естественных русел. Журнал" Гидравлика и гидротехника", 1978, вып.28. С. 3-15.*

7. *Бернадский Н.М. Теория турбулентного потока и ее применение к построению течений в открытых водоемах. М.: Госэнергоиздат. 1933 г. 83с.*

8. *Бруяцкий Е., В. Костин А. Г., Никифорович Е. И., Розумнюк Н. В. Метод численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных скорость – давление. SSN 1561 - 9087. Прикладная гидромеханика. 2008 год. Том 10, №2. С.13 - 23.*

9. *Великанов М.А. Динамика русловых потоков. Том 2, «Наносы и русло», М., изд. технико-теоретической литературы, 1955. 324с.*

10. *Далабаев У., Икрамова М.Р. К расчету плана течений в русле реки при отводе части потока// Журнал «Механика муаммолари», №3, ФАН, 1997. С. 33-37.*

11. *Иванов В.Г. Численное решение уравнений Навье-Стокса в переменных «функция тока-вихрь». Журнал «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика». №5(25). 2013г. С.52-59.*

12. *Икрамова М.Р. Алгоритм построения плана течения потока на участке водозабора// Международная конференция «Научное обоснование и практическое использование управляющих информационных систем водными и земельными ресурсами». Ташкент, 24-25 апреля, 1996г. С 40-41.*

13. *Икрамова М.Р. Границы раздела между транзитными потоками и водоворотной зоной в верхнем бьефе дамбы со труенаправляющим оголовком. АН РУз «Актуальные проблемы прикладной механики», Ташкент, 1995г. С. 26-30.*

14. *Икрамова М. Расчет скоростного поля и построение плана течения перед глухой дамбой// Ирригация инженерларини тайёрлаш ўқув-илмий ишлаб чиқариш анжуманининг тезислар тўплами. Тошкент, 1995. 63с.*

15. *Икрамова М.Р. Определение границы водоворотной зоны в верхнем бьефе дамбы стрельчатой формы. Ирригация инженерларини тайёрлаш ўқув-илмий ишлаб чиқариш анжуманининг тезислар тўплами. Тошкент, 1995. 74с.*

16. *Икрамова М.Р. Расчет скоростей в верхнем бьефе берегозащитной дамбы// Сборник научных трудов «Мелиорация и водное хозяйство», Ташкент, 1996. С. 57-61.*

17. *Фрост У. Моулден Т. Турбулентность. Принципы и применения. М., МИР, 1980, 535 с.*

18. *Knuepfer P. K., Montz B.E. Flooding and Watershed Management. Journal of Contemporary Water Research & Education. Issue 139, 2008. P.45-51.*

19. *Leslie D. Developments in the Theory of Turbulence. Clarendon Press, Oxford, 1973. P.52.*

20. *Tanton T., Ikramova M., D. Rycroft. Natural and manmade risks to water resource security in the Amudarya River Basin// Interstate water resource risk management: Towards a sustainable future for the Aral basin (JAYHUN). IWA publishing, London 2010. P. 99-116.*